11

Platonismo matematico e naturalismo

di *Andrea Sereni*

11.1
Platonismo, epistemologia e naturalismo

Quando il matematico e filosofo Paul Bernays introdusse nel lessico della filosofia della matematica contemporanea il termine “platonismo”, richiamandosi alla teoria delle idee di Platone, intendeva principalmente caratterizzare la tendenza a concepire l’esistenza di oggetti matematici come indipendente da qualunque connessione con il soggetto pensante (Bernays, 1935, p. 259)[1]. Se questo può certo essere considerato un tratto fondamentale di una concezione platonista degli oggetti matematici, dietro le diverse formulazioni di platonismo si nasconde spesso un numero di assunzioni complesse. Per rimanere il più possibile neutrali, potremmo definire il platonismo come la tesi secondo cui i teoremi delle nostre teorie matematiche vertono su oggetti matematici che costituiscono un dominio che queste teorie descrivono. A questa tesi molto generale se ne associano solitamente altre. Alcune, di natura semantica, riguardano la corretta interpretazione degli asserti matematici. Altre riguardano la natura degli oggetti matematici. In particolare, al termine platonismo si associa la tesi secondo cui gli oggetti matematici sono oggetti astratti.

Chiarire che cosa faccia di un oggetto un oggetto astratto e come si possa stabilire a quali condizioni un oggetto astratto esista è tutt’altro che semplice. In generale, un oggetto astratto viene definito come un oggetto che non è spazio-temporalmente collocato, che è privo di efficacia causale e, almeno in questo contesto, la cui esistenza non dipende né dalle attività cognitive umane né dall’esistenza di soggetti umani. Oltre a questa caratterizzazione generale

1. Bernays indica inoltre l’assunzione dell’esistenza della totalità dei numeri naturali e l’adozione di una semantica classica per il linguaggio della matematica come tratti essenziali di un «platonismo ristretto», a cui il «platonismo assoluto» aggiunge una concezione «quasi-combinatoria» di alcune nozioni fondamentali, fra cui quella di insieme, di sequenza e di funzione.

della nozione di oggetto astratto, tuttavia, spetta a ciascuna teoria filosofica precisare condizioni di identità per il tipo di oggetti astratti su cui una certa teoria matematica si suppone che verta.

Questo non significa che non sia possibile dare una caratterizzazione positiva del platonismo. Storicamente, tuttavia, il dibattito sul platonismo matematico nella seconda metà del XX secolo è stato per lo più impostato negativamente, in risposta ad alcuni problemi che sembrano affliggere qualunque versione di platonismo. Alcuni di questi sono stati sollevati da P. Benacerraf in due influenti articoli, *What Numbers Could Not Be* (1965) e *Mathematical Truth* (1973). A quest'ultimo si deve il cosiddetto "dilemma di Benacerraf", una sfida al platonismo (ma non solo) che ha motivato gran parte del dibattito successivo. Dopo un breve presentazione del dilemma, e una mappatura delle possibili risposte ad esso, ci concentreremo su una particolare categoria di risposte: quelle che intendono conciliare una posizione platonista in matematica con una complessiva impostazione di naturalismo filosofico. Queste posizioni sono state ultimamente oggetto di vaste discussioni, sia grazie al grande interesse nei confronti dell'argomento di indispensabilità suggerito inizialmente da W. V. O. Quine, sia per le critiche a interpretazioni nominaliste della matematica da parte di due autori di chiara impostazione naturalista come J. P. Burgess e G. Rosen, sia per gli sviluppi delle posizioni platoniste e naturaliste di P. Maddy.

II.2
Il dilemma di Benacerraf

La sfida proposta da Benacerraf (1973) si presenta come un dilemma poiché mostra come sia impossibile soddisfare congiuntamente due requisiti singolarmente plausibili relativi alla verità di asserti matematici e alla conoscenza matematica.

Il primo requisito è che la «teoria della verità matematica sia conforme con una teoria generale della verità [...] che certifichi che la proprietà degli asserti che [...] è detta "verità" sia veramente la verità» (Benacerraf, 1973, p. 666)[2]. Secondo Benacerraf questo è possibile solamente applicando agli asserti matematici una semantica strutturalmente equivalente a quella degli asserti ordinari del linguaggio quotidiano, e tale analisi comporta di considerare un asserto matematico vero solo se esistono, indipendentemente dalle nostre possibilità di giustificazione, oggetti con proprietà rilevanti.

Il secondo requisito è che la spiegazione della verità matematica sia com-

2. Tutte le traduzioni sono mie.

patibile con quella della conoscenza matematica. Questo requisito apparentemente debole è precisato da Benacerraf in base alla propria concezione della migliore teoria della conoscenza, di natura causale: un soggetto conosce che *p* solo se la sua credenza che *p* «è causalmente connessa in un modo appropriato con ciò che fa sì che sia vero che *p*» (ivi, p. 672).

Secondo Benacerraf, una posizione platonista potrebbe soddisfare il primo requisito. Ma, se i numeri naturali sono oggetti astratti, non sarebbe possibile determinare un nesso casuale tra le credenze matematiche di un soggetto e ciò che le rende vere; il secondo requisito sarebbe così violato. Benacerraf considera poi posizioni che rispettano il secondo requisito identificando la verità di un asserto con la sua provabilità sintattica in una teoria. Secondo Benacerraf queste posizioni non spiegano la connessione tra provabilità sintattica e verità in senso proprio. In breve, dunque: una buona semantica comporta una cattiva epistemologia, e una cattiva epistemologia comporta una cattiva semantica.

Field (1989, p. 233) ha osservato che il dilemma di Benacerraf può essere generalizzato evitando assunzioni specifiche sulla natura della conoscenza; esso dipenderebbe solo «dall'idea che dovremmo considerare con sospetto ogni pretesa di conoscere fatti relativi a un certo dominio se crediamo che sia in linea di principio impossibile spiegare l'affidabilità delle nostre credenze relative a questo dominio»[3]. Come sottolineano Hale e Wright (2002, p. 103), il dilemma riguarda così in generale «tutte quelle posizioni filosofiche che ammettono che la matematica pura rappresenta [...] una parte propria e sostanziale della conoscenza umana».

II.3
Le risposte al dilemma di Benacerraf

Hale e Wright (2002) suddividono le risposte date al dilemma di Benacerraf in due categorie. Le risposte *conservative* cercano di difendere le seguenti due tesi: (*a*) il modo corretto di intendere gli asserti matematici è quello indicato dalla loro forma grammaticale di superficie; (*b*) così interpretati, gli asserti matematici costituiscono (almeno in gran parte) un corpo di conoscenze *a priori*. Anche se Hale e Wright non lo esplicitano, la tesi (*b*) dovrebbe in realtà essere ulteriormente specificata come la congiunzione di due tesi: (b_1) gli asserti matematici costituiscono un corpo di verità; (b_2) queste verità sono conoscibili *a priori*. Hale e Wright assumono che la forma superficiale di cui si parla in (*a*) sia tale che i termini matematici sono intesi riferirsi a oggetti (matematici) astratti.

3. Cfr. anche Burgess e Rosen (2005, p. 29), riportato anche in Maddy (2011, p. 57).

Le risposte conservative possono a loro volta essere suddivise (ivi, p. 104) in *intuizionali* – che postulano l'esistenza di una speciale facoltà che consenta di avere un accesso diretto agli oggetti matematici (su un modello simil-percettivo), e/o permetta di intuire la verità di asserti matematici – e *intellettive* – che spiegano la conoscenza di oggetti e verità matematici sulla base delle normali facoltà raziocinative e intellettuali.

Queste distinzioni consentono di delineare una tassonomia particolarmente esauriente di molte delle proposte in filosofia della matematica degli ultimi quarant'anni. La riproposizione da parte di C. Parsons della nozione gödeliana di intuizione matematica è il caso più significativo di risposta conservativa intuizionale. Tra le risposte conservative intellettive Hale e Wright includono il loro stesso neo-logicismo e lo strutturalismo *ante rem* di S. Shapiro, e vale sicuramente la pena includere la *object theory* di E. Zalta. Le risposte non conservative includono senz'altro il nominalismo (e finzionalismo) di H. Field e lo strutturalismo eliminativista modale di G. Hellman, cui si può aggiungere il finzionalismo di S. Yablo e quello di M. Leng.

Qui ci concentreremo invece su risposte che sembrano solo parzialmente catturate dalle distinzioni di Hale e Wright, che condividono con quelle conservative le tesi (a) e (b_1), ma rigettano (b_2). Queste risposte sono a tutti gli effetti non conservative, ma al contrario delle risposte non conservative già menzionate costituiscono, almeno in prima istanza, versioni di platonismo. Le risposte non conservative di questo tipo si collocano generalmente in una cornice empirista e, più precisamente, naturalista. Tra queste Hale e Wright includono la versione di platonismo che si deve al cosiddetto argomento di indispensabilità originariamente suggerito da Quine. A questo si possono affiancare altre due proposte platoniste di impostazione naturalista: il platonismo naturalista difeso da Burgess (assieme a Rosen) e il platonismo su basi cognitive inizialmente proposto da Maddy. Gli sviluppi recenti del naturalismo di Maddy, come vedremo, non sono di facile collocazione in questa tassonomia.

11.4
L'ammissibilità del platonismo

È noto che le tante declinazioni possibili del termine "naturalismo" danno luogo a posizioni filosofiche variamente imparentate e non necessariamente coincidenti. È facile, almeno a partire da una concezione diffusa di naturalismo, associare posizioni naturaliste a posizioni nominaliste e/o fisicaliste (a seconda di come si definiscano questi termini). In generale, forme naturalizzate di epistemologia, o tentativi di naturalizzare ambiti di tradizionale pertinenza della filosofia, sono motivate dal sospetto nei confronti di entità che non si lasciano descrivere dalle scienze naturali. In ambito matematico, dunque, sembrerebbe legittimo accostare un'impostazione naturalista al rifiuto del platonismo, e probabilmente anche alla delegittimazione di tradizionali questioni fondazionali, che andrebbero invece sostituite da investigazioni, oggi sempre più approfondite, sulle basi cognitive, e/o sugli aspetti pratici e sociali, dell'apprendimento e del ragionamento matematico. L'associazione tra platonismo e naturalismo è dunque tutt'altro che scontata. Consideriamo alcune possibili definizioni di quello a cui ci si riferisce talvolta come "naturalismo ontologico":

[Il naturalismo] è la convinzione che il mondo, la totalità delle entità, non sia nulla più che il sistema dello spazio-tempo (Armstrong, 1997, p. 5).

La componente ontologica [del naturalismo] ha a che vedere con i contenuti della realtà, e asserisce che nella realtà non si trovano tipi "soprannaturali" o altrimenti "strani" di entità (Papineau, 2009).

[...] concediamo al naturalista ontologico di possedere un'idea approssimativa di cosa si intenda per ontologia fisicalista. La posizione del naturalista ontologico è quindi chiara: tutto ciò che esiste è fisico, o un oggetto fisico, o, se tali entità sono ammesse, una proprietà o una relazione fisica (Weir, 2005, p. 461).

Tesi simili sono sicuramente più consone a posizioni nominaliste sugli oggetti matematici. Come è possibile allora coniugare naturalismo e platonismo in filosofia della matematica?

Rosen (2001, pp. 70-1) ha sostenuto non solo che il platonismo sia una posizione epistemicamente ammissibile per un naturalista, ma anche che «qualunque argomento per il [...] nominalismo deve essere un argomento scettico: un argomento per rivedere un impegno [ontologico] pervasivo (e, in base a standard ordinari, non problematico) proprio del senso comune e della scienza consolidata». Questa conclusione seguirebbe una volta che si accettino le tre seguenti tesi:

(1) la visione del mondo che prendiamo per scontata implica l'esistenza di oggetti astratti;

(2) non solo accettiamo una visione del mondo che implica l'esistenza di oggetti astratti. In base a standard ordinari per come questi sono ordinariamente applicati, siamo anche pienamente giustificati a tale assunzione;

(3) non esistono argomenti conclusivi contro un impegno a oggetti astratti in quanto tali.

Le tesi (1) e (3) possono essere messe in discussione in vario modo da un nominalista, ma Rosen ritiene che la lunga disanima di posizioni nominaliste che si trova in Burgess e Rosen (1997) mostri che il nominalista non ha argomenti cogenti a disposizione. Il platonismo sembrerebbe così, contro lo scettico nominalista, una conseguenza immediata della visione del mondo che tanto il senso comune quanto le scienze naturali ci legittimano ad accettare[4]. Ben lungi dall'essere inammissibile, il platonismo sarebbe al contrario una conseguenza diretta di una qualche altra versione di naturalismo, che alcuni definirebbero "metodologico"[5]. Anche questa seconda accezione di naturalismo può essere diversamente specificata, come dimostrano le tre (o quattro) posizioni che presenteremo.

11.5
L'argomento di indispensabilità naturalistico

Sotto il nome di "argomento di indispensabilità" (AI) ricade in realtà una famiglia di argomenti. Tutti questi argomenti condividono un'idea fondamentale, ma le formulazioni disponibili sono talvolta molto diverse tra loro. In particolare è del tutto discutibile che una qualche versione di naturalismo debba essere considerata un'assunzione necessaria dell'argomento. Per gli scopi presenti considereremo una versione di AI in cui al naturalismo viene invece fatto giocare un ruolo significativo, senza presentare l'argomento in una sua formulazione particolare, discutendo invece più in generale la concezione di platonismo che a esso si richiama[6].

Poiché AI è stato originariamente suggerito da Quine – anche se la prima formulazione esplicita si deve a Putnam (1971)[7] – si ritiene comunemente che una sua formulazione standard debba fare appello a due dottrine di chiara ispirazione quineana: il naturalismo e l'olismo della conferma[8]. Una prima

4. Questa concezione del naturalismo è diventata anche più diffusa della prima nel dibattito di cui ci stiamo occupando. Ne è prova l'ampio spazio che Leng (2010) dedica a mostrare come sia di fatto possibile conciliare, contrariamente all'opinione comune, naturalismo e antiplatonismo.

5. Cfr., per esempio, De Caro e Macarthur (2004, p. 7); Paseau (2007).

6. In Panza, Sereni (2010; *draft*) abbiamo sostenuto che una versione minimale di AI non comprende il naturalismo, in nessuna versione, tra le sue premesse (e nemmeno l'olismo della conferma, di cui parleremo a breve). In Panza, Sereni (2010, capp. VI e VII) si può trovare una discussione del vasto dibattito su AI.

7. A riconferma della tesi che il naturalismo non sia un'assunzione indispensabile di AI, si vedano i commenti retrospettivi di Putnam (2011) sulla sua stessa formulazione originaria dell'argomento.

8. Per completezza, si noti che una formulazione molto discussa dell'argomento che si avvarrebbe, a detta dell'autore, di naturalismo e olismo, è quella offerta da Colyvan (2001, p. 11): «(*i*) Dovremmo impegnarci ontologicamente a tutte e sole le entità indispensabili alle nostre migliori teorie scientifiche; (*ii*) le entità matematiche sono indispensabili alle nostre miglio-

illustrazione dell'idea fondamentale che le varie versioni di AI condividono è la seguente. È un dato di fatto che teorie matematiche vengono impiegate pervasivamente ed efficacemente nella formulazione di teorie scientifiche. Se non si può fare a meno di impiegare tali teorie matematiche in teorie scientifiche che riteniamo siano vere, o quantomeno confermate dall'evidenza empirica, allora non possiamo non ritenere vere, o quantomeno confermate, anche le teorie matematiche in questione, e quindi – dato un qualche criterio di impegno ontologico – non ritenere che esistano gli oggetti di cui esse trattano.

Un requisito fondamentale per comprendere AI è una adeguata precisazione della nozione di indispensabilità e di un appropriato criterio di impegno ontologico che stabilisca all'esistenza di quali oggetti un asserto vero o giustificato ci impegna. Qui ci accontenteremo di una comprensione elementare della nozione di indispensabilità: diremo che una teoria (scientifica) T impiega indispensabilmente un'altra teoria (matematica) M se non è possibile riformulare T senza l'ausilio di M in modo da ottenere una riformulazione T^* di T che preservi alcune proprietà fondamentali di T (potere espressivo, capacità esplicativa ecc.). Inoltre, basti dire che nel dibattito sull'argomento di indispensabilità il criterio di impegno ontologico comunemente adottato è quello suggerito da Quine (1948): l'impegno ontologico di una teoria è dato dai valori che le variabili vincolate dai quantificatori esistenziali nei teoremi esistenziali (cioè nei teoremi della forma "$\exists x[A(x)]$", dove Ax è una formula aperta in x) di una teoria devono prendere affinché la teoria sia vera, una volta che: *i*) la teoria sia stata formulata in un linguaggio predicativo del primo ordine (con identità); e *ii*) gli asserti della teoria siano stati formulati in un vocabolario che si ritiene ontologicamente minimale (cioè impegnato al minor numero di entità, o di tipi di entità, o a entità la cui esistenza non si ritiene problematica).

Si noti che da AI si possono derivare due conclusioni diverse. Una, che chiameremo *realismo semantico*, stabilisce che le teorie matematiche cui l'argomento viene applicato sono vere. La seconda, il *platonismo*, stabilisce che esistono gli oggetti matematici su cui queste teorie vertono. Nel dibattito l'interesse si è per lo più incentrato sul platonismo, e questa importante distinzione viene spesso trascurata.

Possiamo sinteticamente esprimere la tesi dell'olismo della conferma come la tesi secondo cui l'evidenza empirica non conferma ipotesi scientifiche in isolamento, ma solamente intere teorie. Supponiamo di avere ottenuto evidenza empirica e a conferma di una ipotesi h di una teoria scientifica T.

ri teorie scientifiche, quindi (*iii*) dovremmo impegnarci ontologicamente a entità matematiche». Secondo Colyvan (ivi, p. 12), la prima premessa bicondizionale seguirebbe dalle dottrine dell'olismo (direzione del "tutte") e del naturalismo (direzione del "sole").

L'olismo ci impegna a sostenere che *e* conta come evidenza per confermare l'intera *T*, inclusa una eventuale teoria matematica *M* che sia indispensabile per *T*, e per accettare tutti i suoi oggetti, compresi gli oggetti di *M*, come esistenti (dato un appropriato criterio di impegno ontologico).

Dovrebbe già risultare chiaro in che senso AI si collochi tra le risposte non conservative al dilemma di Benacerraf: tanto il realismo semantico quanto il platonismo vengono stabiliti a partire da considerazioni *a posteriori* sul ruolo di teorie matematiche nelle teorie scientifiche ben confermate di cui disponiamo. Un sostenitore di AI risponde quindi generalmente al dilemma di Benacerraf mantenendo la tesi (*a*) e la tesi (b_1), ma rigettando la tesi (b_2).

Supponiamo ora di aver stabilito che certe teorie matematiche sono indispensabili a certe teorie scientifiche ben confermate. In base all'olismo, avremmo ragioni sufficienti per credere che quelle teorie matematiche siano vere e/o che i loro oggetti esistano. Resterebbero tuttavia aperte (α) la possibilità che vi siano argomenti di natura squisitamente filosofica (per esempio argomenti *a priori*, basati sull'analisi concettuale, come quelli suggeriti da Frege o dai neo-logicisti) attraverso i quali raggiungere le stesse conclusioni; e (β) la possibilità che attraverso lo stesso tipo di argomenti filosofici sia possibile stabilire la verità di asserti e/o l'esistenza di entità che non è possibile stabilire attraverso applicazioni di AI. L'appello al naturalismo esclude queste opzioni e rende AI un argomento privilegiato per chi vuole mantenere una posizione realista e/o platonista sulla matematica, ma tiene in generale discredito forme tradizionali di argomentazione filosofica. Come Quine stesso dichiara (1981, p. 72), il naturalismo consiste nell'abbandono dell'idea che vi sia una filosofia prima, un punto di vista esterno e superiore all'impresa scientifica da cui giudicarla e giustificarla. Semplificando su molti dettagli, possiamo sintetizzare il naturalismo quineano nella tesi secondo cui le teorie scientifiche (vere o) confermate ci forniscono l'unico tipo legittimo di giustificazione delle nostre credenze sul mondo, e delle nostre credenze ontologiche in particolare. Segue immediatamente da questa concezione del naturalismo che le opzioni (α) e (β) risultano illegittime[9].

Il naturalismo quineano ci legittima a ritenere esistenti solamente quelle entità alla cui esistenza ci impegnano teorie scientifiche (vere o) confermate. È chiaro che se sulla base di questa concezione deve essere possibile mantenere una forma qualunque di platonismo, il naturalismo in questione non può essere il naturalismo ontologico variamente caratterizzato sopra. Il naturalismo rilevante per AI deve ammettere che una corretta descrizione di ciò

9. Va da sé che una caratterizzazione univoca del naturalismo di Quine è tutt'altro che scontata. Cfr. Haack (2009).

che esiste includa oggetti che non possono essere definiti tramite categorie naturali, e dunque che seguendo metodologie e standard scientifici (prendendo a modello privilegiato la fisica) sia possibile stabilire l'esistenza di entità che sicuramente non possono essere definite in termini di proprietà fisiche, di efficacia causale, di collocazione spazio-temporale, e di tutte quelle proprietà di cui le scienze empiriche si occupano.

L'atteggiamento originario, radicalmente nominalista, di Quine, espresso nella nota dichiarazione di apertura di Goodman e Quine (1947), certamente consono a una posizione di naturalismo ontologico, è stato presto abbandonato da Quine in favore di una visione del mondo che lascia spazio a un'ontologia di classi[10]. Questa accettazione riluttante del platonismo è compatibile con un'impostazione naturalista solamente a patto di specificare un appropriato criterio di impegno ontologico in base al quale tutti gli oggetti sui cui devono (indispensabilmente) variare le variabili vincolate negli asserti quantificati di una teoria, siano essi concreti o astratti, devono essere ugualmente annoverati tra quelli che Quine considera i *posit* della teoria in questione[11].

Nonostante le numerose critiche mosse ad AI nella vastissima letteratura recente, l'assunzione del naturalismo è stata data per lo più per scontata. Qui siamo quindi interessati proprio a un problema che deriva in particolare dal ruolo del naturalismo di Quine in AI. Dal momento che l'impiego indispensabile di teorie matematiche in teorie scientifiche confermate è la sola evidenza a disposizione per giustificare verdetti di natura ontologica sugli oggetti matematici, ne deriva che dovremmo ritenere non esistenti tutti gli oggetti delle teorie matematiche che non trovano applicazione in teorie scientifiche (e che potrebbero non trovare mai simili applicazioni). In base all'assunzione del naturalismo, AI fornisce non solo condizioni sufficienti, ma anche condizioni necessarie di esistenza per oggetti matematici.

Quine, coerentemente alle proprie assunzioni, accettò questa sgradita conseguenza arrivando a sostenere che le teorie, o porzioni di teorie, che non trovano applicazione nelle scienze (come certe estensioni della teoria degli insiemi ai grandi cardinali) si debbano ritenere pura «matematica ricreativa» e gli oggetti di cui esse sembrano trattare come «privi di diritti ontologici»

10. Cfr. Goodman e Quine (1947, p. 105): «Noi non crediamo nelle entità astratte. Nessuno suppone che le entità astratte esistano nello spazio-tempo; ma noi vogliamo dire di più. Noi rinunciamo ad esse completamente». Mancosu (2008) mostra come Quine cominciò ad abbandonare una prospettiva nominalista già a partire dal 1948.

11. La definizione di "naturalismo ontologico scientifico" fornita in De Caro, Macarthur (2004, p. 7) risulta meno stringente delle definizioni riportate sopra e più consona a una prospettiva quineana: «Il naturalista scientifico ontologico [...] sostiene che le entità postulate da spiegazioni scientifiche accettabili sono le sole entità genuine che vi sono».

(cfr. Quine, 1986, p. 400; 1995, pp. 56-7). Altri ritengono questa conseguenza inaccettabile, e la attribuiscono a una concezione troppo restrittiva del naturalismo. John Burgess (assieme a Gideon Rosen) e Penelope Maddy possono essere presi come esponenti di alternative concezioni post-quineane di naturalismo che sfuggono a questo problema. Secondo Maddy (2005), avremmo così «tre forme di naturalismo» da considerare.

11.6
L'argomento naturalistico di Burgess e Rosen

La posizione suggerita da Rosen (2001) può essere approfondita sulla base dell'argomento «metodologico/epistemologico» per il platonismo (o meglio, per l'anti-nominalismo) proposto da Burgess e Rosen (2005, pp. 516-7):

(1) La matematica standard, pura e applicata, abbonda di "teoremi esistenziali" che sembrano asserire l'esistenza di oggetti matematici, ed essere veri solo se questi oggetti esistono; il che significa veri solo se il nominalismo è falso. [...]
(2) Gli scienziati ben informati e i matematici (gli "esperti") accettano questi teoremi esistenziali nel senso che essi assentono verbalmente ad essi senza tacite e consapevoli riserve, e che essi si affidano ad essi in contesti sia teorici che pratici [...]
(3) I teoremi esistenziali non sono semplicemente accettati dai matematici, ma sono accettabili in base a standard matematici [...]
(4) I teoremi esistenziali asseriscono realmente e implicano esattamente quello che sembrano asserire e implicare: che ci sono oggetti matematici quali numeri primi maggiori di 1.000, gruppi astratti di vario ordine, soluzioni di varie equazioni della fisica matematica con varie proprietà, e così via.
(5) Accettare un enunciato nel senso di assentire verbalmente ad esso senza riserve tacite e consapevoli, di affidarsi ad esso in dimostrazioni teoriche e in deliberazioni pratiche, e così via, significa esattamente credere a ciò che dice, e credere che sia vero.
(6) I teoremi esistenziali sono non semplicemente accettabili in base a standard specificamente matematici, ma sono accettabili in base a standard più generalmente scientifici. Non solo gli scienziati empirici generalmente delegano ai matematici su questioni matematiche, questioni esistenziali incluse; ma sono anche nel giusto nel comportarsi così sulla base di standard scientifici. Non vi è alcun argomento scientifico empirico contro i teoremi matematici standard, teoremi esistenziali inclusi.
(7) Nel caso presente, non vi è alcun argomento filosofico abbastanza potente da annullare o sovvertire standard matematici e scientifici di accettabilità.

Da (1), (2), (4) e (5) seguirebbe una conclusione intermedia:

(8) I matematici e gli scienziati competenti credono in numeri primi maggiori di 1.000;

gruppi astratti di vario ordine, soluzioni di varie equazioni della fisica matematica con varie proprietà, e così via. Quindi, se il nominalismo è vero, l'opinione degli esperti è sistematicamente errata.

Da (8), assieme a (3), (6) e (7), «segue la definitiva conclusione anti-nominalista»:

(9) Siamo giustificati a credere (a un qualche grado alto) in numeri primi maggiori di 1.000, gruppi astratti di vario ordine, soluzioni di varie equazioni della fisica matematica con varie proprietà, e così via, il che significa che siamo giustificati (allo stesso alto grado) a non credere nel nominalismo.

Il naturalismo sui cui questo argomento si basa (le cui premesse possono variamente essere criticate) stabilisce – in particolare grazie alle premesse (3), (6) e (7) – una conclusione platonista proprio sulla base del fatto che standard scientifici[12] impongono di considerare letteralmente veri i teoremi esistenziali che i matematici deducono correttamente nelle teorie matematiche che, sempre sulla base di standard tanto scientifici quanto matematici, gli stessi matematici accettano.

Sembrerebbe qui esserci una certa somiglianza con AI, che siano infatti standard di accettazione propri delle scienze naturali a legittimare l'accettazione di teorie matematiche. Ma Burgess e Rosen rifiutano di vincolare i criteri di accettabilità di asserti matematici agli standard delle scienze naturali. Come nota Maddy (2005, p. 456), Burgess e Rosen riterrebbero infatti AI inadeguato per due ragioni.

In primo luogo, il requisito di indispensabilità «concede troppo al nominalista»: non è necessario ritenere che una determinata teoria matematica sia indispensabile a una qualche teoria scientifica (vera o ben confermata) per credere a ciò che i teoremi esistenziali di quella teoria matematica letteralmente esprimono. Questo comporterebbe di concedere che la parsimonia ontologica nei confronti di oggetti astratti sia un valido standard scientifico, così che i tentativi nominalisti di eliminare l'impegno ontologico a tali oggetti dovrebbero essere tenuti in grande valore da un naturalista. Ma, sottolinea Burgess (1990, pp. 10 ss.), questo *non* è in generale un valido standard scientifico: nella formulazione delle loro teorie gli scienziati sono ben disposti a fare uso di qualunque teoria matematica possa servire ai propri scopi, senza preoccupazione alcuna sul tipo di oggetti astratti cui una tale teoria potrebbe impegnarli (cfr. Burgess, Rosen, 1997, pp. 214-25).

12. La lista (non unanimemente condivisa) di questi standard solitamente comprende almeno semplicità, capacità esplicativa, capacità unificatrice e parsimonia ontologica.

In secondo luogo, secondo Burgess e Rosen (ivi, p. 211) seguire Quine nel ritenere che i soli standard scientifici accettabili da un naturalista siano quelli propri delle scienze naturali significherebbe «fare antipatiche distinzioni, marginalizzando alcune scienze (quelle matematiche) e privilegiandone altre (quelle empiriche)». La matematica dovrebbe invece essere ammessa a pieno titolo nel novero delle scienze alle quali un naturalista guarda come modello di indagine rigorosa ed efficace.

Nessuna distinzione tra matematica applicata e non applicata verrebbe così ammessa, dal momento che il naturalismo di Burgess e Rosen è meno restrittivo di quello di Quine: considera la matematica come una scienza a pieno diritto, senza vincolarla alle sue eventuali applicazioni.

11.7
Il platonismo naturalista di Maddy

Penelope Maddy ha a lungo difeso una posizione naturalista e platonista in filosofia della matematica. La sua posizione, anche rispetto al ruolo di AI, si è però modificata nel tempo.

Maddy (1990) riteneva che AI fosse tra le possibili fonti di giustificazione per una concezione platonista della matematica – e più in particolare per la teoria degli insiemi. Riteneva però che non potesse essere l'unica, principalmente perché non sarebbe in grado di rende conto della ovvietà di parti elementari della matematica, per le quali una posizione platonista non sembra giustificabile sulla base delle applicazioni nelle scienze naturali[13]. Ispirandosi alla nozione di intuizione matematica suggerita da Gödel, Maddy ha quindi cercato di giustificare una forma di accesso diretto a (alcuni) oggetti insiemistici e a (alcune) verità insiemistiche sulla base di un modello percettivo, supportato da risultati sperimentali sulla cognizione matematica. Secondo Maddy (1989, p. 1140), noi

> percepiamo insiemi di oggetti fisici così come percepiamo questi stessi oggetti. Entrambe queste abilità si sviluppano gradualmente, mentre la nostra esperienza infantile interagisce con le strutture del cervello condizionate dall'evoluzione. I cambiamenti neurofisiologici che costituiscono questo sviluppo producono anche una gamma di credenze estremamente generali a proposito di questo genere di cose, per esempio a proposito della collocazione spaziale degli oggetti fisici e della combinabilità degli insiemi.

13. Sulle idee di Maddy sull'aritmetica elementare, cfr. anche Maddy (1997, pp. 106-7; 2007, parte IV, 2.ii).

Maddy (1992; 1997, pp. 133-60; 2007, pp. 314-7, 346, n. 4; 2011, pp. 53, 55) ha in seguito negato che AI possa contare come fonte di giustificazione per l'esistenza di oggetti matematici[14]. Come Burgess e Rosen, si è progressivamente allontanata dal naturalismo di Quine.

Per quanto riguarda AI, Maddy (1992, pp. 180-1) critica in primo luogo il ruolo dell'olismo, che trova incompatibile con una corretta descrizione della pratica scientifica. Maddy nota che «storicamente, troviamo un'ampia gamma di atteggiamenti nei confronti di teorie ben confermate, dalla credenza alla tolleranza controvoglia, al rifiuto completo». Da questo seguirebbe che «dobbiamo ammettere una distinzione tra parti di una teoria che sono vere e parti che sono semplicemente utili», anche se queste parti sono indispensabili, e che quindi «l'indispensabilità della matematica in teorie scientifiche ben confermate non serve [...] a stabilire la loro verità», né l'esistenza degli oggetti di cui trattano[15]. Maddy (2005, p. 456) concorda con Quine nell'attribuire alle scienze naturali il ruolo di «arbitro finale» su questioni ontologiche; ritiene però, come Burgess e Rosen, che il naturalismo di Quine sia eccessivamente restrittivo sulla matematica, in quanto non ammette standard di accettabilità puramente intramatematici nel novero degli standard scientificamente accettabili. Anche se le questioni ontologiche devono essere affrontate richiamandosi a metodi scientifici, anche se nel caso emerga un contrasto tra risultati scientifici e tesi filosofiche sono le seconde a dover lasciare il passo, non ne segue che l'applicazione nelle scienze empiriche sia l'unica fonte di giustificazione legittima per la matematica[16]. Se si volesse adottare una versione di AI pur continuando a sostenere una posizione naturalista, si dovrebbe, secondo Maddy (1992, pp. 279-80), concepire il naturalismo in una forma adeguata:

> Potremmo per prima cosa sostenere, sul fronte puramente ontologico, che la riuscita applicazione della matematica ci fornisce buone ragioni per credere che vi siano delle entità matematiche. Poi, posto che esistono delle entità matematiche, ci domandiamo: quali sono i metodi migliori con i quali poter determinare precisamente quali entità matematiche esistono e di quali proprietà tali entità godono? A questo, la nostra esperienza fino a oggi risponde a chiare lettere: attraverso metodi matematici, gli stessi

14. O per la verità di asserti matematici. Paseau (2007) ha sostenuto, al contrario, che sulla base di standard scientifici si possa giustificare solamente una versione di AI per quello che abbiamo chiamato realismo semantico (ma non per il platonismo).

15. Maddy considera sia l'esempio matematico delle idealizzazioni presenti in tante teorie scientifiche, sia l'esempio scientifico della teoria atomica, sulla quale molti scienziati hanno a lungo nutrito dubbi o diffidenza anche quando la teoria era evoluta al punto tale da poterla considerare parte integrante di altre teorie scientifiche ampiamente confermate.

16. Per gli esempi di Maddy relativi alla teoria dei gruppi cfr. Maddy (2007, pp. 330-1, 347; 2011, pp. 53-4).

usati dai matematici; tali metodi sono stati efficaci nel produrre tutta la matematica, compresa quella parte di essa che è attualmente applicata nella fisica.

La versione di naturalismo che emerge da questo suggerimento sembra lasciare un ruolo iniziale decisivo a considerazioni di carattere empirico, ma ammetterebbe che la stessa pratica matematica *pura* possa partecipare a pieno titolo alla giustificazione delle nostre credenze ontologiche relative alla matematica. Maddy sembra comunque alternare questa posizione ad una più radicale, secondo la quale la matematica pura sarebbe interamente svincolata da valutazioni di natura empirica:

> Giudicare metodi matematici da un qualunque punto di vista esterno alla matematica, poniamo dal punto di vista della fisica, mi sembra andare contro allo spirito fondamentale che sottostà a ogni naturalismo: la convinzione che una impresa di successo, sia essa la scienza o la matematica, dovrebbe essere compresa e valutata indipendentemente, che [...] non dovrebbe essere soggetta a critiche né necessitare di supporto da un qualche punto di vista esterno e presunto superiore. Ciò che propongo qui è un naturalismo matematico che estende alla pratica matematica [pura] lo stesso rispetto che il naturalista quineano estende alla pratica scientifica. [. . .] il naturalista matematico aggiunge che la matematica non deve rispondere ad alcun tribunale extramatematico e non necessita di alcuna giustificazione al di là della prova e del metodo assiomatico (Maddy, 1997, p. 184).

Ma al naturalista resta una domanda aperta: può la matematica pura da sola supportare la tesi che esistono oggetti matematici?

11.8
Il naturalismo oggettivista del *second philosopher*

La risposta alla domanda che chiude il paragrafo precedente dovrebbe emergere dal “metodo naturalista” recentemente presentato in Maddy (2007) ed elaborato in Maddy (2011). Questa risposta aiuta anche a precisare il confronto tra la posizione di Maddy e quella di Burgess e Rosen. Il naturalismo descritto nel paragrafo precedente richiama infatti da vicino quanto espresso dalle premesse (3) e (6) dell’argomento di Burgess e Rosen. Maddy e gli autori di quell’argomento si sono tuttavia mostrati in disaccordo in passato, anche se la natura di questo disaccordo appare molto meno definita alla luce degli sviluppi recenti del pensiero di Maddy.

In *Second Philosophy* (2007, parte IV)[17], Maddy introduce tre possibili posizioni sull’ontologia della matematica.

17. Il titolo di Maddy (2007) richiama la presa di distanza, già di Quine, dalla “filosofia prima” di aristotelica e cartesiana memoria.

Il Realismo Robusto è la posizione secondo cui gli oggetti matematici costituiscono un regno di oggetti astratti la cui esistenza è indipendente dalle attività e dal pensiero umani. Per il realista robusto ogni domanda che riguarda la verità o la falsità di un asserto che verte su questi oggetti possiede una risposta determinata, comprese domande sulla verità di asserti particolarmente controversi come l'Assioma di Scelta, l'assioma $V = L$, o l'Ipotesi del Continuo (CH). Alcuni realisti robusti difenderebbero, con Gödel, la possibilità di un accesso immediato, simil-percettivo, agli oggetti matematici, finendo con l'essere vulnerabili ai problemi epistemologici posti da Benacerraf. Il Realismo Robusto è sicuramente incompatibile con la posizione del *second philosopher*. Mentre quest'ultimo valuta, per esempio, se sia accettabile o auspicabile includere o escludere un assioma come $V = L$ dalla propria teoria degli insiemi (Maddy ritiene lo si debba rigettare) sulla base di considerazioni intrateoriche (perché, per esempio, la sua inclusione produrrebbe una teoria troppo restrittiva da un punto di vista matematico), il realista robusto motiva le proprie scelte sulla base di considerazioni metafisiche (ciò che è vero dell'universo degli insiemi) che il *second philosopher* non ritiene supportate da alcuna evidenza (Maddy, 2011, pp. 57-9, 63).

Secondo il Realismo Moderato (*Thin*) è ancora legittimo parlare, per esempio, degli insiemi come esistenti, ma «gli insiemi sono intesi possedere le proprietà che vengono loro attribuite dalla teoria degli insiemi, ma essere privi delle proprietà che la teoria degli insiemi e le scienze naturali ignorano come irrilevanti» (Maddy, 2007, p. 369). Il realista moderato è meglio equipaggiato del realista robusto nel rispondere ai dubbi epistemologici sollevati da Benacerraf, in quanto non chiede per i propri oggetti (o per l'aggiunta dei propri assiomi) nessun'altra evidenza se non quella che si può apprendere da uno studio adeguato della teoria degli insiemi, delle sue metodologie, delle sue finalità e della sua storia. Il realista moderato si distingue così dal realista robusto anche nell'affrontare il problema di asserti indecidibili come CH:

> Il Realista Moderato sosterrà [...] che gli insiemi non sono creati dai nostri pensieri o dalle nostre definizioni, che sono acausali e non-spaziotemporali, ma considererà mal riposta l'ulteriore preoccupazione del Realista Robusto se CH abbia o no un valore di verità determinato. CH è o vera o falsa perché la nostra migliore teoria degli insiemi include "CH o non- CH"; non c'è altro. Arrivare a sapere quale delle due opzioni si dia dipenderà dal fatto che un giorno vi sia o meno una maniera matematicamente ben motivata per risolvere la questione (ivi, p. 377; cfr. Id., 2011, pp. 62-3, 63, n. 5, 81, n. 40).

L'Arealismo è infine la posizione secondo cui gli insiemi (come altri oggetti matematici) non esistono, e secondo cui scoprire verità non è affare che spetti alla matematica pura (Maddy, 2007, p. 377). L'Arealismo potrebbe sembrare vicino a posizioni anti-realiste quali il formalismo o il finzionalismo, ma Maddy nega simili associazioni. Semplicemente, l'arealista considera la teoria degli insiemi per quello che è, una teoria matematica che ha la struttura superficiale di una teoria che parla di oggetti, dotata di propri standard metodologici, e che trova applicazioni in molte teorie scientifiche, per esempio perché consente di creare modelli astratti semplificati di strutture empiriche. Semplicemente l'arealista non crede che a tutto ciò si aggiunga alcunché nel momento in cui si aggiunge: "e questi oggetti esistono" (ivi, p. 381; cfr. Id., 2011, pp. 96-9).

Assumiamo che si possano precisare adeguatamente queste tre posizioni. Tra Realismo Robusto e Realismo Moderato vi è un contrasto netto: l'ammissione dell'esistenza di oggetti matematici nel secondo è del tutto scevra dalle considerazioni metafisiche del primo. Altrettanto netto sembrerebbe il contrasto tra Realismo Moderato e Arealismo, viste le diverse risposte che danno alla domanda se esistano oggetti matematici. Maddy ritiene questa impressione fuorviante. Realismo Moderato e Arealismo non sarebbero invece altro che «descrizioni alternative degli stessi fatti sottostanti» (Maddy, 2007, p. 390; cfr. Id., 2011, pp. 112-3). Tanto il realista moderato quanto l'arealista starebbero al fondo valutando la risposta a questioni esistenziali o a domande sulla accettabilità di determinati asserti o assiomi matematici sulla base delle stesse considerazioni di tipo metodologico, per ragioni cioè intrateoriche, di efficacia nella formulazione di teorie matematiche migliori, e di maggiore applicabilità nelle scienze empiriche: «la decisione tra il Realismo Moderato e l'Arealismo sembra quindi dipendere da questioni di convenienza, gusto e preferenza nella attribuzione [dei] termini onorifici [...] vero, esiste, scienza, conoscenza» (Maddy, 2007, p. 389)[18].

Maddy avrebbe dunque a disposizione gli strumenti per rispondere a Benacerraf: per il realista moderato, gli oggetti matematici non hanno altre proprietà che quelle che le teorie matematiche attribuiscono loro, e l'affidabilità delle nostre credenze matematiche è garantita in base alla metodologia matematica stessa; ogni ulteriore dubbio sulla natura degli oggetti matematici e sul nostro accesso ad essi può essere facilmente accantonato assumendo la prospettiva arealista. Per Maddy (2011, pp. 115-7) è facile qui richiamarsi al detto tipicamente attribuito a Kreisel secondo cui la questione dell'oggettività degli asserti matematici è ben più rilevante di quella dell'esistenza di oggetti matematici. Maddy racchiude così tanto il Realismo Moderato quanto l'Arealismo sotto un'etichetta comune, quella dell'«Oggettivismo post-metafisico». Secondo l'oggettivista le uniche ragioni per accettare asserti o assiomi mate-

18. Maddy (2007, parte II) si sofferma a lungo sui rapporti che intercorrono tra le posizioni illustrate e diverse teorie della verità.

matici hanno a che vedere con la capacità delle nozioni che in quegli asserti o assiomi vengono impiegate di "tenere traccia della profondità matematica". Per chiarire che cosa intenda con ciò, Maddy mostra come in significativi esempi storici di introduzione di nuovi oggetti o assiomi matematici non ci sia stato «alcun chiaro richiamo a una realtà matematica», ma solo a «svariati *benefit* matematici» (ivi, p. 85). L'introduzione degli insiemi da parte di Cantor era motivata da studi sulle serie trigonometriche; l'introduzione degli insiemi da parte di Dedekind era motivata da ragioni inerenti alla formulazione di una appropriata algebra astratta; la difesa dell'Assioma di Scelta da parte di Zermelo si basa sulla considerazione dei vantaggi che tale assioma offre per la teoria degli insiemi; l'Assioma di Determinatezza è motivato dalla volontà di offrire una teoria degli insiemi proiettivi che sia più ricca di quella ottenuta sotto l'assunzione dell'Assioma di Costruibilità ($V = L$) (cfr. ivi, sezione II.2 e p. 85). Tutti questi casi, conclude Maddy (ivi, cap. V), mostrerebbero come in matematica siano più rilevanti giustificazioni di carattere estrinseco – cioè quelle che, sulla base di una considerazione dei mezzi e dei fini in rapporto a una specifica esigenza intrateorica, mirano alla produzione di «matematica efficace, produttiva, importante» (ivi, p. 131) – rispetto a giustificazioni di carattere intrinseco – che hanno a che fare con il carattere intuitivo, ovvio, o autoevidente, di un certo assioma, o con la chiarificazione di un determinato concetto, come quello di insieme (ivi, p. 124)[19]. Le giustificazioni intrinseche possono avere un qualche valore euristico, ma sarebbero subordinate ad appropriate giustificazioni estrinseche. Per l'oggettivista, l'essenza della matematica «non è una remota metafisica alla quale accediamo attraverso una qualche facoltà razionale, ma i fatti interamente palpabili della profondità matematica» (ivi, p. 137).

II.9
Tre forme di naturalismo?

Non è chiaro a questo punto cosa rimanga del contrasto tra Burgess e Rosen da una parte e Maddy dall'altra. Si possono certo identificare ancora alcune differenze.

Abbiamo visto che secondo Burgess e Rosen il compito di stabilire se e quali oggetti matematici esistono non può essere affrontato con i soli standard delle scienze naturali. Il riconoscimento dell'autonomia metodologica della matematica nel rispondere a questioni di tipo ontologico è un tratto distintivo

19. Le preferenze di Maddy per giustificazioni estrinseche appaiono evidenti nella discussione sull'assioma $V = L$. Cfr. *supra*; e anche Maddy (2011, p. 130, n. 21).

del Realismo Moderato, e Maddy (2007, p. 318, n. 12) vede in Burgess un esponente di questa posizione, confortata dalle parole dello stesso Burgess:

Si può giustificare la classificazione di oggetti matematici in quanto dotati di tutte le proprietà negative che i filosofi ascrivono loro in una maniera fuorviante e apparentemente positiva dicendo che sono astratti... Ma oltre questo fatto negativo, e ciò che è positivamente asserito dalla teoria degli insiemi, non penso ci sia null'altro che possa o debba essere detto riguardo a "come sono gli insiemi" (comunicazione personale riportata ivi, p. 369).

Potremmo definire quello di Burgess e Rosen un "platonismo di *default*". Supponiamo che un nominalista, memore della generalizzazione di Field del dilemma di Benacerraf, ponga al platonista una sfida scettica: le metodologie matematiche potrebbero stare alle credenze matematiche come le metodologie di indagine empirica stanno alle credenze percettive, e la loro affidabilità dovrebbe essere dunque difesa da un dubbio scettico parallelo a quello sulle credenze empiriche. Ma Burgess e Rosen (2005, p. 523) rispondono:

[...] molti anti-scettici semplicemente rigettano la presupposizione della sfida scettica secondo cui i nostri modi basilari di formazione di giudizi percettivi richiedono un qualche tipo di difesa positiva. [...] In questa prospettiva, i giudizi percettivi sono giustificati per *default*, sono innocenti fino a prova contraria. [...] nella misura in cui le sfide nominaliste e scettiche sono analoghe, una simile replica sembrerebbe essere disponibile per l'anti-nominalista.

Maddy ritiene che il naturalista moderato dovrebbe essere più deciso nel rispondere allo scettico, poiché non riconosce la possibilità di alcun «vuoto epistemologico radicale tra insiemi e metodi insiemistici» (Maddy, 2011, p. 5). La sfida scettica è mal formulata: gli insiemi sono semplicemente ciò che la teoria degli insiemi ci dice che sono, e non ha senso chiedersi se la teoria degli insiemi è in grado di fornirci credenze affidabili su una realtà di oggetti indipendente dalle credenze che su di essa possiamo avere.

Un'altra, dubbia, differenza con Burgess e Rosen cui Maddy si richiama ripetutamente riguarderebbe il diverso modo di intendere il termine "scienza". Secondo Maddy (2005, p. 448), il *second philosopher* partirebbe da una prospettiva quineana, privilegiando le scienze empiriche rispetto alla matematica, ma si troverebbe presto a riconoscere la pervasività della matematica nelle scienze empiriche e la diversità dei suoi metodi. Contro il quineano ortodosso che vincola la giustificazione di una teoria matematica alla sua indispensabilità nelle scienze empiriche, il naturalista di Maddy preferisce «prendere seriamente l'intera pratica della matematica, una pratica che include sia le porzioni applicate che quelle non applicate della matematica pura contemporanea» (*ibid.*). Ancora in Maddy, però, "scienza" significherebbe "scienza naturale", e la considerazione della pratica matematica, seppure nella sua interezza, sarebbe derivativa rispetto alla considerazione originaria del ruolo che la matematica svolge nella scienza. Burgess e Rosen, invece, si riferirebbero con "scienza" a una commistione di scienze naturali e matematica. Il naturalista di Burgess e Rosen (1997, p. 212) considererebbe quella di Maddy una concezione ancora troppo timida, in quanto «un naturalista compiuto (*thoroughgoing*) considererebbe il fatto che oggetti astratti siano di uso comune e convenienti per le scienze matematiche (così come per altre) come una garanzia sufficiente per ammetterne l'esistenza». Secondo Maddy (2011, p. 110), Burgess e Rosen presupporrebbero condizioni necessarie e sufficienti di ciò che conta come scienza, mentre il *second philosopher* si atterrebbe a un procedimento *bottom-up*, valutando di volta in volta quale evidenza ritiene accettabile e per quali discipline. Ma la stessa Maddy suggerisce che i risultati dei due modi di procedere non producono sostanziali differenze. È quindi facile vedere in questo contrasto una semplice questione di etichette[20].

A ridurre ancora di più la distanza tra le due posizioni concorre il fatto che la stessa Maddy (ivi, p. 118) colloca ora il suo stesso platonismo cognitivista (cfr. *supra*) tra le forme di Realismo Robusto (cfr. Maddy, 2007, pp. 7, 378, n. 39). E il tipo di evidenza che l'accesso cognitivo a oggetti matematici sembrava garantire è ora relegato da Maddy (2011, p. 72) a un tipo di evidenza extrateorica di cui l'oggettivista non ha bisogno:

> [...] il fatto che metodi insiemistici ci forniscano conoscenza degli insiemi appellandosi a una schiera di considerazioni matematiche, senza alcun ruolo per la percezione o per qualunque altro meccanismo simile, è sufficiente a stabilire che ci sono oggetti che possiamo conoscere senza la sorta di connessione immediata fornita dall'intuizione sensibile di Kant (questo significa [...] sostenere direttamente che, per esempio, il tipo di epistemologia simil-percettiva proposta nel mio (1990) non è necessaria). La teoria degli insiemi ci dice qualcosa di più sull'epistemologia: che la nostra conoscenza insiemistica non richiede la cognizione immediata di insiemi.

Secondo Maddy, anzi, l'abbandono del platonismo cognitivista associabile al Realismo Robusto costituisce un vantaggio da un punto di vista epistemico. Sarebbe infatti proprio l'idea di una possibile cognizione diretta di oggetti, gli insiemi, a lasciare spazio al dubbio scettico (che l'oggettivista rigetta), poiché permette di distinguere tra «ciò a cui sono connesso» (ivi, p. 75) e le mie cre-

20. È significativo però che Maddy, al contrario di altri naturalisti, non assuma nessuna massima metodologica del tipo "credi solo a ciò che dicono le scienze".

denze, possibilmente false, al riguardo. L'oggettivista sembra invece essere al riparo tanto dallo scettico che da Benacerraf (ivi, p. 116):

> la coerenza della sfida scettica radicale non è sufficiente a risuscitare problemi *à la* Benacerraf: sebbene sia difficile vedere perché i metodi insiemistici dovrebbero tenere traccia dell'ontologia del Realista Robusto, essi sono chiaramente ben progettati per tenere traccia della profondità insiemistica.

Sicuramente, però, un aspetto della posizione recente di Maddy dovrebbe risultare indigesto a Burgess e Rosen. L'idea che Realismo Moderato e Arealismo siano «descrizioni ugualmente accurate [...] della natura della matematica pura», che siano «maniere alternative di esprimere lo stesso resoconto dei fatti oggettivi che sottostanno alla pratica matematica», che costituiscano in sostanza «due idiomi ugualmente ben supportati dalla stessa realtà oggettiva» (ivi, p. 112), sembra ben distante dalla netta accettazione di un platonismo di *default* come quello suggerito da Burgess e Rosen. Questa posizione richiama anzi alla memoria la teoria delle "descrizioni equivalenti" suggerita da Putnam, secondo cui una interpretazione platonista della matematica in termini di insiemi e una sua interpretazione non platonista in termini di logica modale (in termini cioè di ciò che necessariamente segue da determinati assiomi non interpretati) sarebbero «"descrizioni equivalenti" del regno dei fatti matematici» (Putnam, 1967, p. 298). E Burgess e Rosen (1997, pp. 200-2, 238-44) hanno mostrato di non tenere in grande considerazione questa posizione di Putnam, associandola invece alle tante prospettive nominaliste che rigettano[21].

Al di là del giudizio negativo di Burgess e Rosen, è evidente che uno dei punti più stimolanti della posizione recente di Maddy è anche quello che richiederà in futuro maggiori precisazioni. La riproposizione di una teoria delle descrizioni equivalenti richiede una chiarificazione dettagliata delle nozioni di "fatto matematico" e di "equivalenza tra descrizioni", e in particolare una precisazione teorica della nozione di "profondità matematica", che la stessa Maddy ammette di avere solo abbozzato tramite i già menzionati esempi storici. Inoltre, come nota Shapiro (2009, p. 269) già a proposito di Maddy (2007), non è chiaro «cosa Maddy abbia da dire sul [...] *contenuto* di asserti matematici». Quale posto dovrebbe occupare infatti l'Oggettivismo nel dibattito tra le tante posizioni che tentano di rispondere a Benacerraf specificando diversamente il contenuto degli asserti matematici? O dovrebbe invece

21. La descrizione "matematica come logica modale" suggerita da Putnam prevede una reinterpretazione degli asserti della matematica, al contrario dell'Arealismo di Maddy. Non è chiaro se questa differenza sarebbe sufficiente a Burgess e Rosen per tenere le descrizioni equivalenti di Maddy in maggiore considerazione di quelle di Putnam.

l'oggettivista pensare che questo dibattito non crei altro che «molto rumore per nulla»? Non è facile né giustificare quest'ultimo atteggiamento, né, d'altra parte, vedere come l'oggettivista potrebbe chiarire la nozione di "contenuto" senza aver prima chiarito le altre nozioni cui si richiama.

Comunque Maddy possa precisare la sua posizione recente, non è chiaro se in Quine, Burgess (e Rosen) e Maddy si debbano ravvisare tre o non piuttosto quattro forme diverse di naturalismo matematico. Si può comunque sostenere che il naturalismo del *second philosopher* si distingue almeno in parte da tutte e tre le concezioni di platonismo naturalista che abbiamo descritto sopra: dal naturalismo alla base della versione quineana di AI, in quanto rifiuta di vincolare standard di accettabilità matematici a standard di accettabilità scientifici sulla base di una idea preconcetta di cosa conti come scienza; dal platonismo cognitivista della stessa Maddy (1990), in quanto non si richiama ad alcuna forma di accesso immediato a oggetti matematici; e dal platonismo naturalista di *default* di Burgess e Rosen, nonostante le somiglianze, in quanto vede in questa forma moderata di realismo soltanto una delle possibili descrizioni equivalenti degli stessi fatti matematici di cui è in grado di tenere traccia anche una posizione arealista e nominalista. È facile prevedere che il confronto tra queste e altre posizioni naturaliste e la loro rispettiva capacità di rispondere alle tradizionali sfide al platonismo continueranno a suscitare un vivo dibattito nel prossimo futuro.

Riferimenti bibliografici

ARMSTRONG D. (1997), *A World of States of Affairs*, Cambridge University Press, Cambridge.

BENACERRAF P. (1965), *What Numbers Could not Be*, in "The Philosophical Review", 74, pp. 47-73.

ID. (1973), *Mathematical Truth*, in "The Journal of Philosophy", 70, 19, pp. 661-79.

BENACERRAF P., PUTNAM H. (eds.) (1964), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, Prentice Hall, Englewood Cliffs (NJ) (II ed. Cambridge University Press, Cambridge 1983).

BERNAYS P. (1935), *Platonism in Mathematics*, in P. Benacerraf, P. Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, Prentice Hall, Englewood Cliffs (NJ) 1964, pp. 258-71.

BURGESS J. P. (1990), *Epistemology and Naturalism*, in A. D. Irvine (ed.), *Physicalism in Mathematics*, Kluwer, Dordrecht, pp. 1-16.

BURGESS J. P., ROSEN G. (eds.) (1997), *A Subject With No Object. Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics*, Oxford University Press, Oxford-New York.

IDD. (2005), *Nominalism Reconsidered*, in S. Shapiro (ed.), *Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Oxford-New York, pp. 515-36.

COLYVAN M. (2001), *The Indispensability of Mathematics*, Oxford University Press, Oxford-New York.

DE CARO M., MACARTHUR D. (eds.) (2004), *Naturalism in Question*, Harvard University Press, Cambridge (MA).

FIELD H. (1989), *Realism, Mathematics and Modality*, in H. Field, *Realism, Mathematics and Modality*, Blackwell, Oxford, pp. 227-81.

GOODMAN A., QUINE W. V. O. (1947), *Steps Towards a Constructive Empiricism*, in "The Journal of Symbolic Logic", 12, pp. 105-22.

HAACK S. (2009), *Il buono, il brutto e il cattivo. Disambiguare il naturalismo di Quine*, in "Rivista di Storia della Filosofia", 1, pp. 75-97.

HALE B., WRIGHT C. (2002), *Benacerraf's Dilemma Revisited*, in "European Journal of Philosophy", 10, pp. 101-29.

LENG M. (2010), *Mathematics and Reality*, Oxford University Press, Oxford-New York.

MADDY P. (1989), *The Roots of Contemporary Platonism*, in "The Journal of Symbolic Logic", 54, pp. 1121-44.

ID. (1990), *Realism in Mathematics*, Oxford University Press, Oxford-New York.

ID. (1992), *Indispensability and Practice*, in "The Journal of Philosophy", 89, pp. 275-89.

ID. (1997), *Naturalism in Mathematics*, Clarendon Press, Oxford.

ID. (2005), *Three Forms of Naturalism*, in S. Shapiro (ed.), *Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Oxford-New York, pp. 437-60.

ID. (2007), *Second Philosophy*, Oxford University Press, Oxford-New York.

ID. (2011), *Defending the Axioms*, Oxford University Press, Oxford-New York.

MANCOSU P. (2008), *Quine and Tarski on Nominalism*, in "Oxford Studies in Metaphysics", 4, pp. 22-55.

PANZA M., SERENI A. (a cura di) (2010), *Il problema di Platone*, Carocci, Roma.

IDD. (*draft*), *The Indispensable Premises of the Indispensability Argument*, in http://unisr.academia.edu/AndreaSereni/Papers/494906/Panza_M._Sereni_A._On_the_Indispensable_Premises_of_the_Indispensability_Argument

PAPINEAU D., (2009), *Naturalism*, in *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2009 Edition)*, ed. by E. N. Zalta, in http://plato.stanford.edu/archives/spr2009/entries/naturalism/

PASEAU A. (2007), *Scientific Realism*, in M. Leng, A. Paseau, M. Potter (eds.), *Mathematical Knowledge*, Oxford University Press, Oxford-New York, pp. 123-49.

ID. (2010), *Naturalism in the Philosophy of Mathematics*, in E. N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2010 Edition)*, in http://plato.stanford.edu/archives/fall2010/entries/naturalism-mathematics/

PUTNAM H. (1967), *Mathematics without Foundations*, in "The Journal of Philosophy", 64, 1, pp. 5-22.

ID. (1971), *Philosophy of Logic*, Harper & Row, New York.

ID. (1975), *Mathematics Matter and Method: Philosophical Papers, Vol. 1*, Cambridge University Press, Cambridge.

ID. (2011), *Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics*, in Id., *Philosophy in an Age of Science*, ed. by M. De Caro, D. Macarthur, Harvard University Press, Cambridge (MA).

QUINE W. V. O. (1948), *On What There Is*, in "Review of Metaphysics", 2, pp. 21-38 (rist. in Id., *From a Logical Point of View*, Harper & Row, New York 1953, pp. 1-19).

ID. (1981), *Five Milestones of Empiricism*, in Id., *Theories and Things*, Harvard University Press, Cambridge (MA).

ID. (1986), *Reply to Charles Parsons*, in L. Hahn, P. Schilpp (eds.), *The Philosophy of W. V. Quine*, Open Court, La Salle (IL), pp. 396-403.

ID. (1995), *From Stimulus to Science*, Harvard University Press, Cambridge (MA).

ROSEN G. (2001), *Nominalism, Naturalism, Epistemic Relativism*, in "Philosophical Perspectives", 15, *Metaphysics*, pp. 69-91.

SHAPIRO S. (ed.) (2005), *Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Oxford-New York.

ID. (2009), *A Scientific Enterprise? Penelope Maddy's Second Philosophy*, in "Philosophia Mathematica", 71, pp. 247-71.

WEIR A. (2005), *Naturalism Reconsidered*, in S. Shapiro (ed.), *Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Oxford-New York, pp. 460-82.